

### EXERCICE 1 (05 points)

1. On considère la suite  $U$  définie par :  $U_1 = 2$  et  $\forall n \in \mathbb{N}^*, U_{n+1} - U_n = 0,15U_n$ .

Déterminer si  $U$  est arithmétique ou géométrique.

Dans l'affirmative, préciser sa raison et exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ .

2. Maguy, soucieuse de se maintenir en forme, décide d'acheter un vélo d'appartement et de l'utiliser chaque jour.

*Elle se fixe le programme suivant* : - Je débute lundi en faisant 2 km par jour.

- Chaque lundi, j'augmenterai la distance journalière de 15% par rapport à celle de la semaine précédente.

a) Quelle sera la distance journalière parcourue la deuxième semaine ? la troisième semaine ?

b) On note  $d_n$  la distance parcourue la  $n$ -ième semaine.

Montrer que :  $d_{n+1} = 1,15d_n$ .

c) Exprimer  $d_n$  en fonction de  $n$ .

d) Pendant combien de semaines dépassera-t-elle pour la première fois 10 km ?

### EXERCICE 2 (04 points)

On considère le polynôme :  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$ .

1. Calculer :  $P(1)$ ,  $P(-1)$ ,  $P(-2)$  et  $P(\frac{3}{2})$ .

2. Dédire de la question précédente une forme factorisée de  $P(x)$ .

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $P(x) > 0$ .

4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2e^{3x} - e^{2x} - 7e^x + 6 = 0$ .

### PROBLÈME (11 points)

I- On pose  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ , où  $g$  est une fonction définie sur l'ensemble  $K = ]-\infty ; 1[ \cup ]1 ; +\infty[$  et  $x$  une variable réelle.

1. Résoudre dans  $K$ , l'inéquation :  $\frac{x+1}{x-1} > 0$ .

2. Calculer les limites de  $g$  aux bornes de  $K$ .

II- Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats de la partie I-

Soit la fonction  $f$  de la variable réelle  $x$  définie par :  $f(x) = \ln(\frac{x+1}{x-1})$ .

On désigne par  $(C)$  sa représentation graphique dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer l'ensemble  $D$  de définition de  $f$ .

2. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D$ .

Préciser les équations des éventuelles asymptotes à la courbe  $(C)$ .

3. Sachant que  $\forall x \in D, -x \in D$ , montrer que :  $f(x) + f(-x) = 0$ .

Quelle est la parité de  $f$  ?

4. On note  $f'$  la dérivée de  $f$ . Montrer que :  $\forall x \in D, f'(x) = \frac{-2}{x^2-1}$ .

5. Étudier le sens de variation de  $f$ , puis dresser le tableau de variation de  $f$ .

6. Construire la courbe  $(C)$  et ses asymptotes sur le même graphique.