Pays : Togo	**Année :** 2015	**Session :** normale
Série : BAC, série A4	**Durée :** 2 h	**Coefficient :** 1

Exercice 1

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 0$; $U_1 = 1$ et pour tout entier naturel n,

$U_{n+2} = \frac{1}{3}U_{n+1} + \frac{2}{3}U_n$.

1. Calculer U_2, U_3 et U_4.

2. Soit $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ V_n = U_{n+1} - U_n$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{2}{3}$.

Préciser son premier terme.

b) Exprimer V_n en fonction de n.

3. Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$.

a) Exprimer S_n en fonction de n.

b) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = U_n$.

c) En déduire l'expression de U_n en fonction de n.

Exercice 2

Le tableau suivant donne dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Age X	36	42	48	54	60	66
Tension Y	11,8	13,2	14	14,4	15,5	15,1

1. Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées (X ; Y) associé à cette série double.

Consignes : graduer l'axe des abscisses à partir de 36 et l'axe des ordonnées à partir de 11, unités graphiques : 2 cm pour 5 ans et 2 cm pour une unité de tension.

2. On désigne par G_1 le point moyen des trois premiers points et par G_2 celui des trois autres.

a) Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2 puis les placer sur la figure.

b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2) de Y en X.

c) Vérifier, par calcul, que la droite (G_1G_2) passe par le point moyen G du nuage formé des six (06) points.

3. Estimer la tension artérielle prévisible pour une personne de 70 ans.

Problème

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1 + \frac{1}{2}e^{-x}$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ dont l'unité graphique est 2 cm.

1. *a*) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe ($\mathscr{C}$) en $+\infty$.

2. Montrer que, pour tout nombre réel *x*, $f(x) = e^{-x}\left(xe^{x} - e^{x} + \frac{1}{2}\right)$.

En déduire la limite de f en $-\infty$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $e^{x} - \frac{1}{2} = 0$, puis étudier suivant les valeurs de *x*, le signe de $e^{x} - \frac{1}{2}$.

4. *a*) Montrer que, pour tout nombre réel *x*, $f'(x) = \left(e^{x} - \frac{1}{2}\right)e^{-x}$, puis vérifier que $f'(x)$ a le même signe que $e^{x} - \frac{1}{2}$.

En déduire le sens de variations de *f*.

b) Calculer $f(-\ln 2)$, puis dresser le tableau de variations de *f*.

5. *a*) Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe ($\mathscr{C}$) au point A d'abscisse 0.

b) Construire ($\mathscr{C}$), (D) et (T) dans le même repère.