MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT	Durée : 4 H
	MATHEMATIQUES	Coef. : 3
OFFICE DU BACCALAUREAT	SERIE D	2023

SESSION NORMALE

Exercice1 (4pts)

Pour chacune des questions, choisir la lettre correspondante à la bonne réponse.

1) Le nombre complexe $(\sqrt{3}+i)^{2020}+(\sqrt{3}-i)^{2020}$ est égal à :

a) -2^{2020} b) 0 c) 2^{2019} d) 2^{2020} (1pt)

2) La limite de $\frac{sinx}{2x}$ lorsque x tend vers 0 vaut :

a) 1 b) 2 c) $\frac{1}{2}$ d) 0 (1pt)

3) On considère le polynôme $P(x)=x^3-3x+4$. L'équation $P(x)=\frac{1}{11}$ admet :

a) Zéro solution b) Une solution c) Deux solutions d) Trois solutions. (1pt)

4) Le nombre réel $\ln(e\sqrt{e})-\ln(e^3\times\sqrt{e})+e^{-2ln3}$ est égal à :

a) $\frac{9}{17}$ b) $-\frac{17}{6}$ c) $-\frac{17}{9}$ d) $\frac{17}{9}$ (1pt)

Exercice 2 (5pts)

On pose pour $z\epsilon\mathbb{C}$, $P(z)=z^4-(2+6i)z^3+(-12+9i)z^2+(13+9i)z+2-6i$.

1.a) Calculer $P(i)$ et $P(2i)$. (0,5pt)

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que pour tout nombre complexe z, on a $P(z)=(z^2-3iz-2)(z^2+az+b)$. (1pt)

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$. (0,75 pt)

2) On écrit les nombres complexes $z_1=i$, $z_2=1+i$, $z_3=2i$ et $z_4=1+2i$ sur chacune des quatre faces d'un dé tétraédrique truqué. On lance ce dé et on admet que la probabilité que l'une des faces soit cachée est proportionnelle au carré du module du nombre complexe z_k inscrit sur cette face, c'est-à-dire $P_k=t|z_k|^2$; $k\epsilon\{1,2,3,4\}$ où $t\epsilon\mathbb{R}$.

a) Démontrer que $P_1=\frac{1}{12}$. (1pt)

b) Calculer P_2, P_3 et P_4. (0,75pt)

c) Soit X la variable aléatoire réelle, qui, à chaque jet du tétraèdre associe la somme de la partie imaginaire des nombres inscrits sur les faces latérales de ce dé.

Vérifier que X prend exactement deux valeurs puis déterminer sa loi de probabilité. (1pt)

Problème (11 pts)

PARTIE A

On considère l'équation différentielle (E_1): $y'' - 2y' + y = -3x + 4$.

1) Déterminer les nombres a et b pour que la fonction numérique g définie par :

$g(x) = ax + b$ soit solution de l'équation (E_1) sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)

2) Soit f une fonction numérique au moins deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontrer f est solution de l'équation (E_1) si et seulement si la fonction $h = (f - g)$ est solution de l'équation différentielle $(E_2) : y'' - 2y' + y = 0$. (0,5pt)

3) Résoudre l'équation différentielle (E_2). (0,75pt)

4) En déduire les solutions de l'équation différentielle (E_1). (0,5pt)

5) Déterminer la solution φ de l'équation (E_1) telle que $\varphi(0) = -1$ *et* $\varphi'(0) = 0$. (0,75pt)

PARTIE B

On considère la fonction numérique φ définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = (2x + 1)e^x - (3x + 2)$

1.a) Calculer $\varphi'(x)$. (0,5pt)

b) Etudier les variations de la fonction φ'. (Calculer φ'',étudier le signe de φ'',dresser le tableau de variation de φ'). (1,5pts)

c) En déduire le signe de $\varphi'(x)$ sachant que $\varphi'(0) = 0$.Donner le sens de variation de φ (1pt)

2.a) Déterminer les limites de φ en $+\infty$ et en $-\infty$. (0,75pt)

b) Dresser le tableau de variation de φ. (0,25pt)

3) Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on désigne par (C) la courbe représentative de φ et par (D) la droite d'équation $y = -3x - 2$.

a) Montrer que la droite (D) est une asymptote à la courbe (C). (0,5pt)

b) Tracer la courbe (C) et la droite (D) ; on prendra 2cm pour unité graphique. (1pt)

PARTIE C

On note (E) la partie du plan limitée par (C), (D) et les droites d'équations respectives :

$x = \lambda$ et $x = -\frac{1}{2}$ où $\lambda < -\frac{1}{2}$.

1) Hachurer la partie (E) sur le graphique. (0,5pt)

2) A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $\int_{\lambda}^{-\frac{1}{2}} -(2x + 1)e^x dx$. (1pt)

3) Exprimer, en fonction de λ, l'aire $A(\lambda)$ de (E) en cm². (0,5pt)

4) Déterminer la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tend vers $-\infty$. (0,5pt)