MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2024	Durée : 4 H
	MATHEMATIQUES	Coef. : 3
OFFICE DU BACCALAUREAT	SERIE D	

SESSION NORMALE

Exercice 1 : 4 pts

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Pour chaque réponse vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1) Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(0,\vec{u},\vec{v})$.Soit les points M; N et P d'affixes respectives $z_M = 1+i; z_N = \sqrt{3}+i; z_P = \sqrt{3}+3i$ .Le triangle MNP est :

A) rectangle en B; B)isocèle en B; C) équilatéral ; D) rectangle isocèle en B.

2) L'équation différentielle $y'' + 2y' + 2y = 0$ a pour solution :

A) $x \longmapsto (a\cos x + b\sin x)e^{-x}$; $(a,\ b)\epsilon IR^2$ B) S= $\{-1-i\ ;\ -1+i\}$

C) $x \longmapsto (a\cos x + b\sin x)e^{x}$; $(a,\ b)\epsilon IR^2$ D) $x \longmapsto (a\cos x + b\sin x)e^{-2x}$; $(a,\ b)\epsilon IR^2$

3) Soit z un nombre complexe et $\overline{z}$ son conjugué alors $z \times \overline{z}$ est égale à :

A) z^2 B) $z|z|$ C) $|z|^2$ D) $\overline{\overline{z}}$

4) On considère l'équation $(\ln(x))^2 + 10\ln(x) + 21 = 0$; $x \epsilon]0\,;+\infty[$. Le nombre de solutions de cette équation est égal à :

A) 0 B) 1 C) 2 D) une infinité

Exercice 2 : 4pts

On considère la suite (I_n) définie par : $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx,\ n\epsilon IN$.

1) Calculer I_0 ; $I_0 + I_1$ et en déduire I_1. (1,25pts)

2) Calculer $I_n + I_{n+1}$ en fonction de n. (0,75pt)

3)Montrer que la suite (I_n) est décroissante et positive. (0,75pt)

4)Montrer que $I_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n\epsilon IN$. (0,5pt)

5) En déduire que la suite (I_n) est convergente et déterminer sa limite. (0,75pt)

Problème : 12 pts

Soit f la fonction definie sur $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = (x+1)\ln|x-3|$ où ln designe le logarithme neperien et (C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé$(O,\vec{i};\vec{j})$.(unite graphique 1cm)

PATIE A

1.a) Vérifier que si x appartient à D_f , alors : $f'(x) = \frac{x+1}{x-3} + \ln|x-3|$. (0,5pt)

b) Pour x appartenant à D_f calculer $f''(x)$ où f'' designe la dérivée seconde de f. En déduire le sens de variations de f'. (1pt)

c) Calculer les limites de f' aux bornes de D_f. Etablir le tableau de variation de f'.(1,5pts)

3.a) Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]-\infty;3[$ et que $0{,}7 < \alpha < 0{,}8$. (1pt)

b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty; 3[$. (0,5pt)

c) Etudier le signe de $f'(x)$sur $]3; +\infty[$. (0,5pt)

4) Dresser le tableau de variation de f. (1,5pts)

5.a) Préciser les branches infinies de (C). (0,5pt)

b) Calculer les coordonnées des ponts d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses. (0,75pt)

6.a) Montrer que : $f(\alpha) = -\alpha - 5 + \frac{16}{3-\alpha}$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$. (0,75pt)

b) Tracer la courbe (C). (1pt)

PARTIE B

Soit (Δ) l'aire en cm^2 de la région du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$

1) Déterminer les nombres réels a, b et c tels que, pour tout reel x différent de 3, on a : (0,75pt)

$\frac{x^2+2x}{3-x} = ax + b + \frac{c}{3-x}$

2) En déduire la valeur exacte de : $I = \int_{-1}^{2} \frac{t^2+2t}{3-t} dt$. (0,75pt)

3) A l'aide d'une intégration par parties et en utilisant la question précédente, calculer la valeur exacte de l'aire (Δ). (1pt)