	COLLEGE CHAMINADE **B.P. 23** **KARA-TOGO** ***ANNÉE SCOLAIRE 2022-2023***	Tél : +228/26 60 60 58 Fax : +228/26 60 01 58 email : collège@chaminade-kara.net Site web : www.chaminade-kara.net
BAC II- BLANC 2023 Classe de : **T^{le}D**	***MATHS*** *Coef. 03*	Date : 04 Mai 2023. Durée : 4H

EXERCICE 1 **(4,5 pts)**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de milliers d'emplois salariés dans le secteur agricole d'un pays entre 2017 et 2022.

Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Nombre de salariés (y_i)	120	80	65	65	50	40

(*Tous les résultats seront arrondis au millième près*)

1. (a) Déterminer les coordonnées du point moyen G (0,5pt)
   (b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y. (1pt)
   Quelle est la nature de cette corrélation ? (0,25pt)
   (c) Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points et le point G. (0,75pt)
2. On pose $z_i = \ln y_i$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.
   (a) Recopier et compléter le tableau suivant : (0,25pt)

Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$						

   (b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. (0,75pt)
   (c) En déduire une relation entre y et x de la forme : $y = Ae^{Bx}$ où $(A; B) \in \mathbb{R}^2$. (0,5pt)
3. En supposant que cet ajustement reste valable pour les années à venir,
   (a) Donner une estimation du nombre de milliers d'emplois salariés dans le secteur agricole en 2024. (0,25pt)
   (b) Dans quelle année le nombre d'emplois salariés (en milliers) sera inférieur à 30 ? (0,25pt)

EXERCICE 2 **(4 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On appelle f l'application qui, à tout point M d'affixe z ($z \neq -1$), associe le point M$'$ d'affixe z' telle que $z' = \frac{-iz-2}{z+1}$. Soient A , B et C les points d'affixes respectives $a = -1$; $b = 2i$ et $c = -i$.

1. Soit C$'$ l'image du point C par f.
   Donner l'affixe c' du point C$'$ sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique. (0,5pt)
2. Calculer l'affixe d du point D ayant pour image par f le point D$'$ d'affixe $d' = \frac{1}{2}$. (0,5pt)
3. Pour tout nombre complexe z différent de -1, on note p le module de $z+1$ ($|z+1| = p$) et p' le module de $z'+1$ ($|z'+i| = p'$).
   (a) Démontrer que, pour tout nombre complexe différent de -1, on a $pp' = \sqrt{5}$. (0,5pt)
   (b) Si le point M appartient au cercle (Γ) de centre A et de rayon 2, montrer qu'alors M$'$ = f(M) appartient à un cercle (Γ') dont on précisera le centre et le rayon. (0,5pt)
4. Pour tout nombre complexe z différent de -1, on considère le nombre complexe $\omega = \frac{z-2i}{z+1}$.
   (a) Interpréter géométriquement l'argument du nombre complexe ω. (0,25pt)
   (b) Montrer que $z' = -i\omega$. (0,25pt)

(c) Déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z telle que z' soit un réel non nul. (0,5pt)

(d) Vérifier que le point D appartient aux ensembles (F) et (Γ). (0,25pt)

5. Représenter les ensembles (Γ), (F) et (Γ') en prenant 4 cm pour unité graphique. (0,75pt)

Problème (11,5 points)

Partie A On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = \frac{-1}{x} - \ln x$

1. Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + y = 0$. (0,5pt)
2. Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = g(x) \times e^x$.
   - (a) Vérifier que f est dérivable sur $]0; +\infty[$, puis montrer que g est une solution de (E) si et seulement si f est une primitive de la fonction $x \mapsto -e^x \ln x - \frac{e^x}{x}$. (0,5pt)
   - (b) Déterminer alors l'expression de f sur $]0; +\infty[$. (0,5pt)
   - (c) Montrer que l'ensemble des fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$ vérifiant (E) est la famille de fonctions $x \mapsto ke^{-x} - \ln x$ où k désigne une constante réelle. (0,5pt)

Partie B Soit la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = e^{1-x} - \ln x$.

1. (a) f est-elle une solution de l'équation différentielle (E) ? Justifier votre réponse. (0,25pt)
   - (b) Étudier les variations de la fonction f. (1,5pt)
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que α appartient à l'intervalle $]1; 2[$. (0,75pt)
3. Construire la courbe $(\mathscr{C})$ de la fonction f dans un repère orthogonal. (0,5pt)
4. (a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} x f(x)$. (0,25pt)
   - (b) Soit $x \in]0; 1[$. Calculer l'intégrale $F(x) = \int_x^1 f(t)\,\mathrm{d}t$. (0,5pt)
   - (c) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} F(x)$. (0,25pt)

Partie C

1. Étudier le sens de variation de la fonction dérivée f' de f sur l'intervalle $[1; 2]$. (0,75pt)
2. Soit P la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $P(x) = x - \frac{f(x)}{f'(1)}$.
   - (a) Étudier les variations de la fonction P sur l'intervalle $[1; 2]$. (1pt)
   - (b) Montrer que P réalise une bijection de $[1; \alpha]$ vers un intervalle J contenu dans $[1; \alpha]$ (0,75pt)
3. Soit (U_n) la suite numérique définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = P(U_n)$.
   - (a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n \in [1; \alpha]$. (0,5pt)
   - (b) Montrer que $\forall x \in [1; 2]$, $0 \leq P'(x) \leq P'(2) \leq \frac{7}{12}$. (0,5pt)
   - (c) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, montrer que $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{7}{12}|U_n - \alpha|$ puis en déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{7}{12}\right)^n$ (0,5pt×2)
   - (d) Démontrer que la suite (U_n) est convergente et déterminer sa limite. (0,5pt)
   - (e) Déterminer le plus petit entier naturel n pour que U_n soit une valeur approchée de α à 10^{-2} près. (0,5pt)

****** † † † BON TRAVAIL ET BON COURAGE !!! † † † ******